

H11 広島市大

1. (1) $f(x) = e^{-x} \cos 2x$ について
 (ア) 導関数 $f'(x)$ を求めよ.
 (イ) $x=0$ における 2 次までのテイラー展開を求めよ.
 (2) 次の定積分を求めよ.

$$\int_1^e x \log x dx$$

- (3) 領域 $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$ において次の重積分を求めよ.

$$\iint_D \frac{1}{x^2 + y^2 + 1} dx dy$$

2. 曲線 $C: x^3 - 3xy + y^3 = 0$ について

- (1) 第 1 象限 ($x > 0$ & $y > 0$) で $\frac{dy}{dx} = 0$ となる曲線 C 上の点を求めよ.
 (2) 曲線 C が直線 $x + y + 1 = 0$ と交わらないことを示せ.
 (3) 点 $P(x, y)$ が曲線 C 上を動くとき, $x + y$ の最大値を求めよ.

3. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ について

- (1) $|A - \lambda E| = 0$ となる λ をすべて求めよ.
 (2) $A\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}$ を満たす $\mathbf{0}$ でないベクトル \mathbf{x} をそれぞれ求めよ.
 (3) 正則行列 P が存在して, $P^{-1}AP$ が対角行列とできることを示せ.

4. (1) $\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ x + 2y + z = 2 \\ 2x + y + a = b \end{cases}$ について

(ア) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ の行列式を求めよ.

- (イ) 上の方程式が, [1] ただ 1 つの解, [2] 2 つ以上の解, [3] 解なし のときの a と b の関係を求めよ.
 (2) 不明 (行列の問題)