1月16日

H１１大阪府大

Ⅰ．次の行列Aについて，以下の問いに答えよ．

$$A=\begin{pmatrix}1&-1&1\\-7&2&1\\2&1&2\end{pmatrix}$$

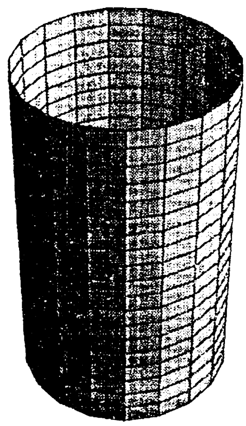
（１）$|\lambda I-A|=0$を解き，λの値を求めよ．ここで，Iは単位行列である．

（２）上で求めたλの３つの値を$\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3\,(\lambda_1\geq\lambda_2\geq\lambda_3)$とする．このとき，

$$P^{-1}AP=\begin{pmatrix}\lambda_1&0&0\\0&\lambda_2&0\\0&0&\lambda_3\end{pmatrix}$$

となるように，行列Pを定めよ．

Ⅱ．



（１）図のような底面積S_0の底に小さな穴（面積S_1）開いている高さLの円筒形の水槽へ，単位時間当たり一定量vの水が流れ込んでいる．まず，水位xと時間tに関する微分方程式を作りなさい．次に，初期状態では水槽が空とし，水位の時間経過と定常状態の水位x_0を求めよ．ただし，小さな穴から流れ出る量は，水圧とその穴の面積に比例（比例定数：k）するものとする．

（２）前問において流れ込む水量が$(L-x)$に比例するとき（比例定数：a），水位の時間経過と定常状態の水位を求めよ．

Ⅲ．

複素関数$f(z)$，$z=x+iy$について次の問に答えよ．

（１）$w=f(z)=z^2$により，$z-$平面における直線群$z=a+iy$，（$a=$実定数）は$w-$平面のどのような図形に写像されるか．各平面の図も示せ．

（２）$f(z)=\left(x^2+axy+by^2\right)+i\left(cx^2+dxy+y^2\right)$

が正則となるように実定数$\{a,b,c,d\}$を決定し，$f(z)$をzで与えよ．