Ｈ９京都工芸繊維大

1．（1）$\lim_{x\to\infty}\dfrac{x^2+3}{e^x}$　　（2）$\int_0^\infty \dfrac{dx}{x^2}$

2．$f(x,y)=\sin(x+y)+xy^2$ の $\dfrac{\partial f}{\partial x}$，$\dfrac{\partial f}{\partial y}$ を求めよ．

3．$\iint_D y\,dxdy$ を求めよ．ただし，$D;0\le x,0\le y,x^2+y^2\le 1$

4．4×4行列式を求める．

5．行列 $A=\begin{pmatrix}1 & -1 & a\\ -1 & 0 & a\\ a & 1 & 1\end{pmatrix}$ の固有値が0となるとき a の値を求めよ．また，そのときの固有ベクトルを求めよ．

No. 1 Date 3・13・後

H9 京都工芸繊維

1. (1) $\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+3}{e^x} \quad \left(=\frac{\infty}{\infty}\right)$

$= \lim_{x\to\infty} \frac{(x^2+3)'}{(e^x)'} \quad (\because \text{ロピタル})$

$= \lim_{x\to\infty} \frac{2x}{e^x} \quad \left(=\frac{\infty}{\infty}\right)$

$= \lim_{x\to\infty} \frac{(2x)'}{(e^x)'} = \lim_{x\to\infty} \frac{2}{e^x} = 0$

> ロピタル
>
> L'Hospital
>
> $\lim_{x\to a} \frac{g(x)}{f(x)} \left(=\frac{\infty}{\infty}, \frac{0}{0}\right)$
>
> $= \lim_{x\to a} \frac{g'(x)}{f'(x)}$
>
> ($a\to\infty$ も含む)

(2) $\int_0^\infty \frac{dx}{x^2} = \int_0^\infty x^{-2}\,dx$

$= \frac{1}{-2+1}\left[x^{-2+1}\right]_0^\infty = -\left[\frac{1}{x}\right]_0^\infty = -\left(0 - \lim_{x\to 0}\frac{1}{x}\right)$

$= \lim_{x\to 0}\frac{1}{x} = \infty$

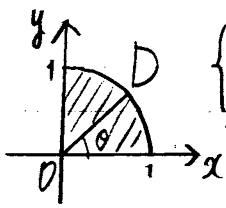
2. $f(x,y) = \sin(x+y) + xy^2$

$f_x = \cos(x+y) + y^2$

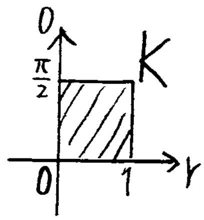
$f_y = \cos(x+y) + 2xy$

3. $\iint_D y\,dxdy$

$= \iint_K r\sin\theta \cdot r\,drd\theta$

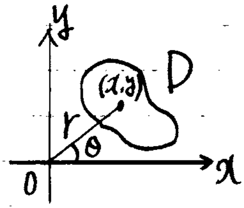


$\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\sin\theta \end{cases} \longleftarrow$



$$= \left(\int_0^1 r^2 dr\right)\left(\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\theta d\theta\right)$$

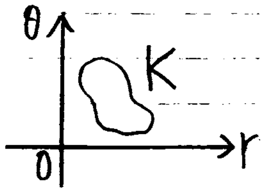
$$= \frac{1}{3}\left[-\cos\theta\right]_0^{\frac{\pi}{2}} = -\frac{1}{3}(0-1) = \frac{1}{3}$$



$$\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\sin\theta \end{cases}$$

$\longleftarrow$

$$dxdy = r\,dr\,d\theta$$



4. 不明

5. $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & a \\ -1 & 0 & a \\ a & 1 & 1 \end{pmatrix}$ の固有値が 0

$A\boldsymbol{v} = \lambda\boldsymbol{v} \quad (\boldsymbol{v} \neq \boldsymbol{0})$

のとき、λ を A の固有値

$\boldsymbol{v}$ を A の固有ベクトル

$A\boldsymbol{v} = 0 \cdot \boldsymbol{v} \quad (\boldsymbol{v} \neq \boldsymbol{0})$

$= \boldsymbol{0}$

いま、A：正則とすると A^{-1} がある．それを左から掛けて

$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{0}$ となり困る

$\therefore$ A：正則でない　　$\therefore$ $|A| = 0$

No. 3 Date 3.13.後

$$0 = \begin{vmatrix} 1 & -1 & a \\ -1 & 0 & a \\ a & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 0 - a^2 - a - a - 1$$

$$= -(a^2 + 2a + 1) = -(a+1)^2$$

$$\therefore a = -1$$

$$A\boldsymbol{v} = \boldsymbol{0}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{cases} x - y - z = 0 \\ -x \quad - z = 0 \end{cases}$$

$$z = -x$$

$$x - y + x = 0$$

$$y = 2x$$

$$\boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ 2x \\ -x \end{pmatrix} = x \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} //$$